古希腊数学与人类文明

湖南广播电视大学　杨先林

1 演绎数学的开端

2 尺规作图问题

3 希腊数学与人类文明的贡献

1. 演绎数学的开端

古希腊数学的代表作品：

欧几里德：《几何原本》

阿波罗尼斯：《圆锥曲线》

公元前6世纪最著名的数学家和

哲学家：

泰勒斯

毕达哥拉斯

演绎数学开创时期的代表人物

（1）泰勒斯及其发现的定理

泰勒斯（约公元前624-约前548）生于爱奥尼亚地区，是现在所知的希腊史上最早的数学家和哲学家。他领导的爱奥尼亚学派，开辟了希腊命题证明之先河。在几何学中，主要成果有：

圆被任一直径二等分；

等腰三角形的两底角相等；

两条直线相交，对顶角相等；

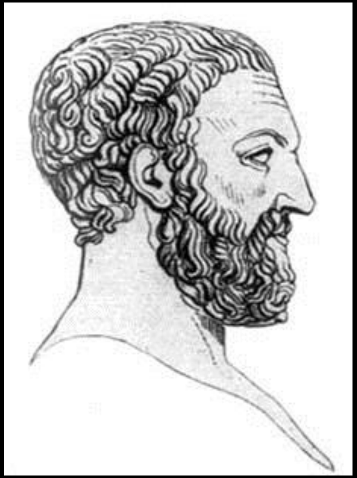
两个三角形，有两个角和一条边对应相等，则全等；

内接于半圆的角必为直角。

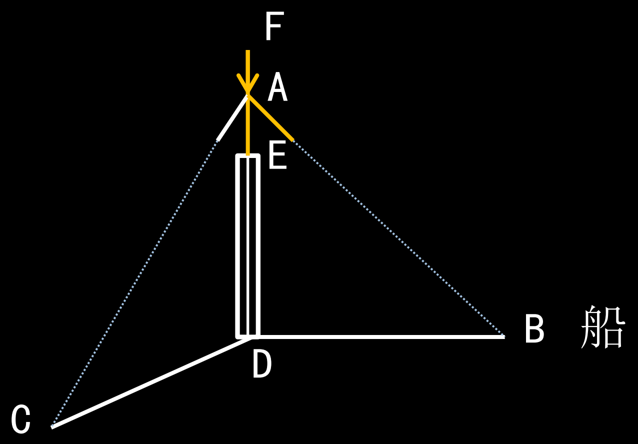
泰勒斯发现了角边角定理。

如何求出海上轮船到海岸的距离？

在海边的塔上利用一种简单的工具进行测量。

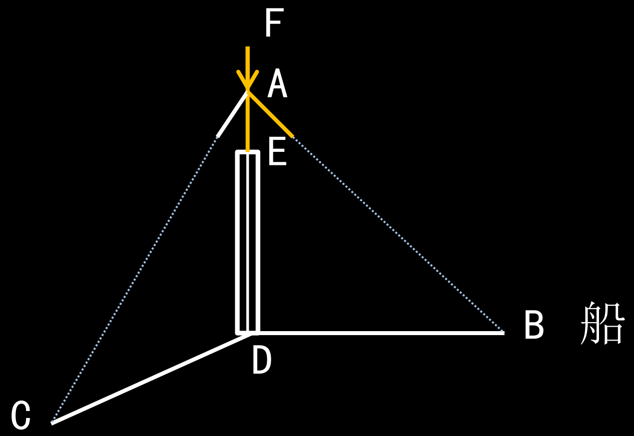


直竿FE垂直于地面，在其上有一固定钉子A，另一横杆可以绕 A 转动，但可以固定在任一位置上。



将该细竿调准到指向船的位置，然后转动FE，将细竿对准岸上的某一点C。

则根据角边角定理，DC = DB



上述测量方法广泛使用于文艺复兴时期。下图是16世纪意大利数学家贝里出版于1565年的测量著作中的插图，图中所示的方法与泰勒斯所用方法相同。

泰勒斯趣闻：

泰勒斯早年经商，因进行橄榄榨油机生意而发了大财；

在埃及泰勒斯测量过金字塔的高；

在巴比伦泰勒斯接触了那里的天文表和测量仪器。并预报了公元前585年的一次日蚀。

（2）毕达哥拉斯及其“万物皆数”的哲学

毕达哥拉斯(公元前570年～公元前500年)

毕达哥拉斯年青时曾受教于泰勒斯和阿那克西曼德。

公元前530年，在意大利创建了一个兼有数学、哲学和政治性质的团体，学术史称为毕达哥拉斯学派。

毕达哥拉斯学派的哲学基础是关于数的神秘学说。

毕达哥拉斯学派认为：“万物皆数”

数是现实的基础，是严格性和次序的根源。是在宇宙体系里控制着天然的永恒关系。

数是世界的法则和关系。是主宰生死的力量。是一切被决定事物的条件。事物的实质是仿效着数做出来的。

关心数的抽象性质超过关心数对于世俗生活的需要，并表现了对整数的迷信。

例如，4 是“正义数”；

5 是“婚姻数”；

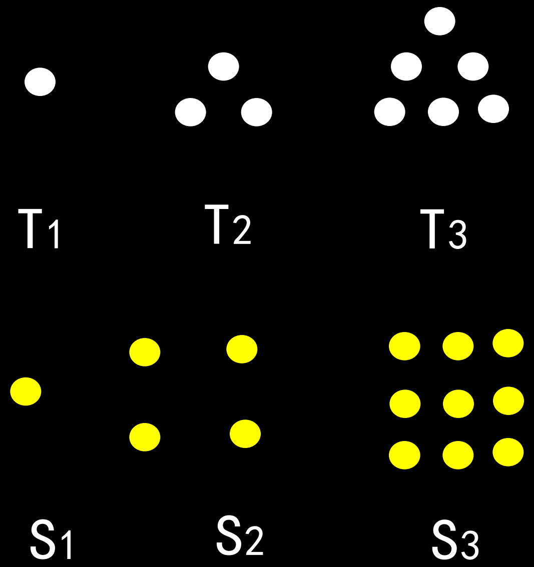
6 是“创造数”等。

尤其崇拜数10. 认为它是宇宙万象之数。将10看作是完美、和谐的标志。

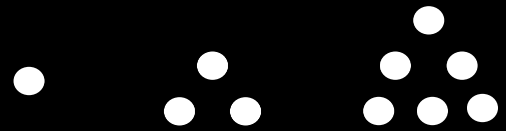
（3）形数及其他

人们提到的一类形数是多边形数，最简单的多边形数是三角形数T_n，正方形S_n和多边形数P_n，其中n代表每条边所有的点数。下图说明三角形数，正方形数等的几何命名法.

下图说明三角形数，正方形数等的几何命名法。



考察点阵图，发现以下关系式：

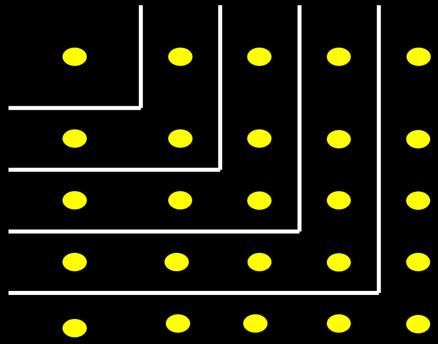


T_1　　T_2　　T_3

（a）三角形数可用三角点阵中数之和表示为

$$T_n = 1+2+3+4+\cdots\cdots+n = n(n+1)/2$$

（b）将正方形数用折线作如下划分



则可得　$S_n = 1+3+5+\cdots+(2n-1) = n^2$

（c）毕达哥拉斯学派还提出了两个数p和q的三种平均数：

算术平均数：A= $\frac{p+q}{2}$

几何平均数：G= $\sqrt{pq}$

调和平均数：H= $\frac{2pq}{p+q}$

（3）不可公度比的发现

在一个单位正方形上画一对角线，就可以得到等腰直角三角形，此对角线就是直角三角形的斜边。其长度等于 $\sqrt{2}$

这种长度不能用两个整数的比表示出来——无理数 。

现代数学认为，不可公度线段的发现，是毕达哥拉斯学派的一大功绩。

但他们却认为，一个长度的怪物，

破坏了他们的教条。为了保卫他们的神圣的信条，于是每个人都发誓保持沉默——没有人愿意找出证明，而把它称为对角线的不可公度性。

（4）欧几里德和他的《几何原本》

欧几里德（Euclid，雅典人，公元前365—公元前300年）和《几何原本》

欧几里德早年曾在柏拉图学院受教育，公元前300年应托勒密一世的邀请，来到亚历山大学从事研究和教学。

“几何中没有王者之路”

表达了欧几里德尊重科学而不折服于帝王的学者风度。

欧几里德还是一位伟大的组织者和逻辑学家。他把他那个时代已有的数学知识浓缩成13册文稿。

其中9册讨论平面及立体几何，

3册讨论数论。

第10卷讨论古希腊人企图处理对角线不可公度问题的方法。

《几何原本》的成功是希腊数学的成功，是公理演绎体系的成功，从少数几个公理出发，由简到繁地推演出400多个定理。

有志于数学的人更把它作为必修的经典。从中吸收丰富的营养，得到莫大的教益和鼓舞。

公理演绎结构后来不仅成为一种数学陈述模式，而且被移植到其他学科。

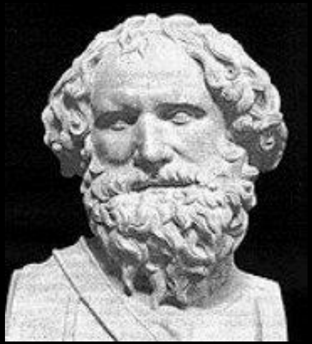
（5）阿波罗尼奥斯与《圆锥曲线》

阿波罗尼奥斯（Apollonius,公元前262－前190年）生于小亚细亚西北部的柏加（Perga）,但是大半生他是在亚历山大城度过的。在这里从事科学研究，他写过许多数学著作。以《圆锥曲线》最为成功。

《圆锥曲线》分8卷，487个命题。现存前7卷，共382个命题。主要讲述圆锥曲线的一般理论。

（6）阿基米德及数学成就

阿基米德被认为是三个最伟大的数学家之一。他出生于西西里岛上的叙拉古城。他的父亲菲迪阿斯（Phidias）是一位天文学家。



阿基米德著述丰富:

《圆的度量》

《抛物线求积》

《论螺线》

《论球和圆柱》

《论圆锥曲面和旋转椭圆》

阿基米德曾宣称“给我一个支点，我可以撬动地球。”

《论浮体》：物体在液体中减轻的重量，等于他所排出液体的重量

2. 尺规作图问题

（1）三大几何作图不可能问题

在古希腊几何学发展史上有巨大影响的是下面以“三大几何难题”著称的下述问题：

倍立方体，即求作一个立方体的边，使该立方体体积为给定立方体的两倍。

三等分角，即分一个给定的任意角为三个相等的部分。

化圆为方。即作一个正方形，使其与一给定的圆面积相等。

这三个问题的重要性在于：

虽然用直尺和圆规这两样工具能够成功地解决那么多其他的作图问题，可是对这三个问题却不能够精确地求解。

数学家从理论上证明了一个论断：如果所求线段是已知线段的有限次加，减、乘、除、乘方和开方，则不能用圆规和直尺作出。反之，则可以用尺规作图。

（2）正方形作图问题（或等分圆周问题）

古希腊人认为，所有的几何图形是由直线段和圆弧构成的。　圆是最完美的。他们确信仅靠直尺和圆规就可绘出图形来。

正多边形的尺规作图是大家最感兴趣的。

正三边形很好做；

正四边形稍微难一点；

正五边形则就更难一点；

正六边形也很好做，

人们很久很久未找到作正七边形的办法。究竟用尺规能否作出正七边形来?

这个悬案一直悬而未决达两千多年。

到了十九世纪，法国数学大师高斯（1777-1855）出人意料地彻底解决了这个问题，引起当时数学界的震动。

3. 希腊数学与人类文明的贡献

综上所述，我们清楚地看到，古希腊人在数学领域所取得的伟大成就，使数学成为一门抽象的演绎性的科学。为1000多年之后欧洲人研究数学铺平了道路，为现代数学奠定了基础。