

数学的奇异美

湖南广播电视大学 杨芳

1

等 似 非 等

2

眼 见 为 虚

3

穿 越 赤 道

奇异性是数学美的一个重要特征。

徐利治教授说：“奇异是一种美，奇异到极点更是一种美。”

费兰西斯·培根说：“没有一个极美的东西不是在调和中有某些奇异。”

数学中的奇异性颇有一种

“意料之外”

的奇特和新颖的感觉。

数学的奇异性蕴含着**奥妙与魅力**，
奇异中也隐藏着**道理与规律**。

1. 等似非等

1等于0.999 9...吗?

1. 等似非等

也许你会认为**不等**， $1 > 0.999\ 9\dots$

只是接近而非等于1.

事实上它们的的确确是

严格相等的.

1. 等似非等

理由是：后者是1的一种极限表达形式.

$$0.999\ 9\dots = 0.9 + 0.09 + 0.009 + \dots + 9 \times 10^{-n} + \dots = 9 \left(10^{-1} + 10^{-2} + \dots + 10^{-n} + \dots \right),$$

括号里是一个无穷递缩等比级数，由高中知识知，

其和为 $\frac{10^{-1}}{1-10^{-1}} = \frac{1}{9}$. 故 $0.999\ 9\dots = 9 \times \frac{10^{-1}}{1-10^{-1}} = 1.$

这是严格意义的相等.

1. 等似非等

同样， $1/3=0.333\ 3\cdots$ 而不是 $1/3>0.333\ 3\cdots$.

一方面，按小学的知识，1除以3得无限循环小数 $0.333\ 3\cdots$ ，因此

“ $1/3=0.333\ 3\cdots$ ”是严格相等的. 另一方面，

$$0.333\ 3\cdots = 3 \left(10^{-1} + 10^{-2} + \cdots + 10^{-n} + \cdots \right) = 3 \times \frac{10^{-1}}{1-10^{-1}} = \frac{1}{3},$$

1. 等似非等

不仅如此，而且1可以写成任意多个数相加。

如 $1=1/2+1/2;$

$$1=1/3+1/3+1/3; \dots;$$

$$1=1/2+1/4+1/8+\dots+1/2^n+\dots$$

积沙未必成塔，积土未必成山。

2. 眼见为虚

一位魔术师拿着一块边长为**13尺**的**正方形地毯**，对他的地毯匠朋友说：

“请你把这块地毯切成四块，再把它们**缝成长21尺、宽8尺的长方形地毯。**”

2. 眼见为虚

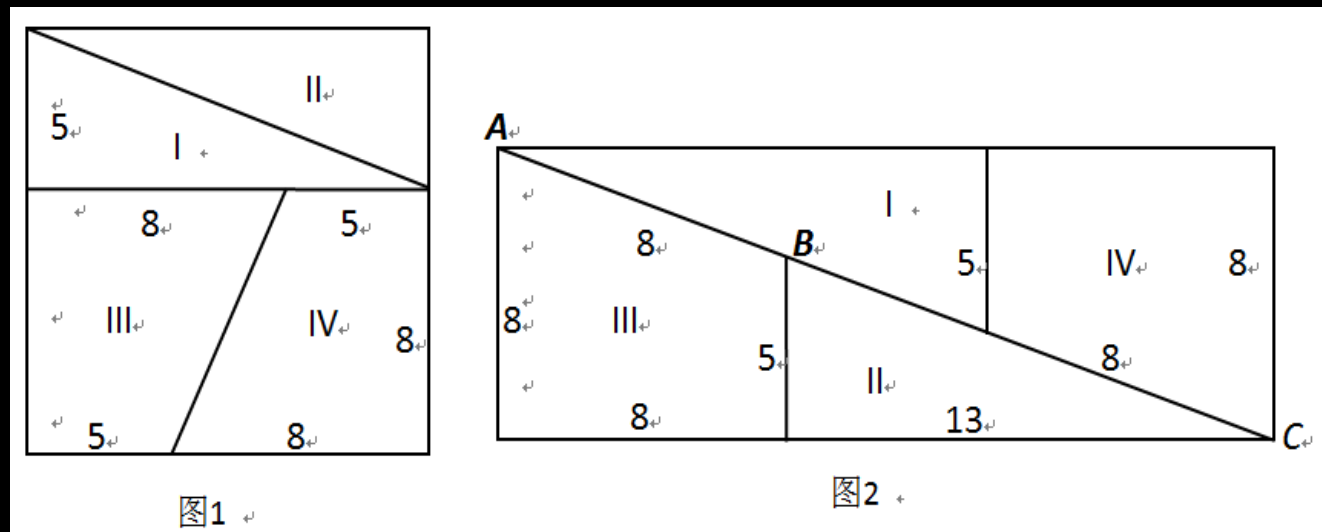
地毯匠算了一下：

$13^2 = 169$ ， $21 \times 8 = 168$ ，两块地毯的面

积相差**1平方尺**，这怎么可能呢？

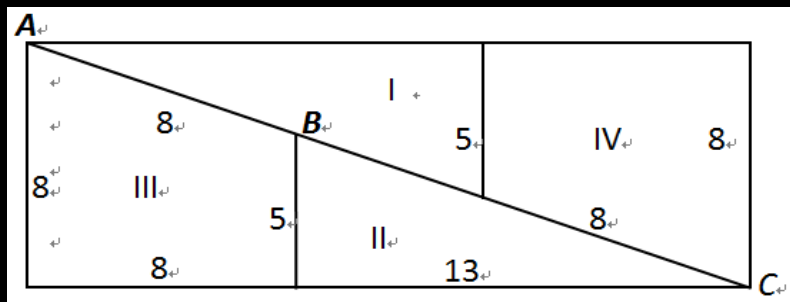
2. 眼见为虚

真是不可思议！那1平方尺跑到哪里去了？



2. 眼见为虚

原来是**眼睛欺骗了我们**。实际上，梯形III与三角形II拼在一起不是一个三角形！这里， $\frac{5}{8} \neq \frac{13}{21}$ ，又因为 $\frac{5}{8} > \frac{13}{21}$ ，所以B点在A，C连线的上方，故上下两块拼成矩形时，它们之间有重叠部分，**重叠的面积刚好为1**。



3. 穿越赤道

设有一绳为地球赤道长（约4千万米），现将其加长10米后沿赤道围住地球，并使绳的各处与地球等远。问绳与地球间的距离会有多大，是否会小到连蚂蚁都爬不过去？

3. 穿越赤道

绳长仅增加了四百万分之一 $\left(\frac{1}{4000000} \right)$

然而，事实并非如此。

设赤道半径为 R ，接长10米后，圆半径

为 R' ，则按照圆周长公式有 $2\pi R + 10 = 2\pi R'$

进而 $R' = R + \frac{5}{\pi}$ 因此，圆的半径增加量为

$\frac{5}{\pi} \approx 1.6$ (米)。

3. 穿越赤道

接长10米后，将赤道围起来的绳子与赤道间的平均距离约为1.6米。不仅蚂蚁能从中爬过去，而且就连成年人也能轻松地从中走过去！

真是出人意料

小结

等似非等 眼见为虚 穿越赤道

思考题：高个亦矮？

(1) 大家公认，身高不超过100厘米的成年人是矮个子。

(2) 比矮个子高1毫米的人，也是矮个子。

“人人都是矮个子” ——模糊数学来解决这些问题。