

最美的数学等式

湖南广播电视大学 杨 芳

1

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

在选美赛中脱颖而出

2

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

的身世介绍

3

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

$e^{i\pi} + 1 = 0$ 在选美赛中脱颖而出

1988年秋，举行了一场

“数学定理选美大赛”

由专家推荐候选名单

$e^{i\pi} + 1 = 0$ 在选美赛中脱颖而出

英国数学教育家大卫·魏尔斯(David Wells)

国际性数学普及杂志《数学智力》

《哪一个是最美的》

24位候选“佳丽”

$e^{i\pi} + 1 = 0$ 在选美赛中脱颖而出

24位获得提名的“小姐”，
来历都不一般。

有的已有2400多岁的高龄；
有的(在当时)年仅24岁

$e^{i\pi} + 1 = 0$ 在选美赛中脱颖而出

有的是近代数学的最新成果；

有的显得很通俗；

有的出身名门；

有的如寒门布衣。

$e^{i\pi} + 1 = 0$ 在选美赛中脱颖而出

24位“小姐”，哪一位“靓女”

能够荣登“后座”？

W小姐 $e^{i\pi} + 1 = 0$

以7.7分独占鳌头

获得“最美的数学定理”称号，

成为“数学皇后定理”

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

在选美赛中脱颖而出

A小姐 “欧拉的多面体公式 $V+F=E+2$ ”

与D小姐 “素数的个数是无限的”

都是7.5分，并列第二名，

屈居 “数学定理的左、右榜眼” 位置。

$e^{i\pi} + 1 = 0$ 在选美赛中脱颖而出

G小姐 “ $1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots + \frac{1}{n^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$ ”

与X小姐 “存在五个正多面体”

以7.0的同样分数并列第四名，

成为 “数学定理的左、右探花”

$e^{i\pi} + 1 = 0$ 的身世介绍

1728年，瑞士数学家欧拉（Euler）

棣美弗（De Moivre）于1707年得到的

恒等式 $\cos \theta + i \sin \theta = e^{i\theta}$

然后取 $\theta = \pi$

就得到 $e^{i\pi} + 1 = 0$

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

的身世介绍

欧拉是数学史上创造能力最强的数学家

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

多面体公式 $V+F=E+2$

$$e^{i\pi} = -1$$

$e^{i\pi} + 1 = 0$ 中的美丽元素

$e^{i\pi} + 1 = 0$ 小姐到底美在那里，
为何能引无数英雄竞折腰呢？

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

庄子说：

“朴素而天下莫能与之争美”

“简单、明了”

个个显得“清秀、朴实

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

仅用一个“+”号竟然能将0, 1, e , i , π

这5个相去甚远的数连成一个等式

可以说她是简洁、清纯、朴实到了极致

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

内在底蕴又在哪里呢？

0, 1, e , i , π 五朵金花”

“=” 号与 “+” 号 “两颗宝石”

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

（一）金花“0”

金花“0”采自于算数王国，
它是正数与负数间的一个分界数，
是坐标系的原点，也是运动的起点

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

(一) 金花 “0”

单个的“0”代表“无”，但一进入到进位制里，却起到了举足轻重的作用，它是具有下述任一性质的惟一数

(一) 金花 “0”

(1) 任何数加上它，或减去它，都不会变化

(2) 任何数乘以它，都变成了“它”

(3) 任何数都不能除以它

——它不具备做除数的资格

(一) 金花 “0”

(4) 它的一些运算必须借助“规定”，
但这种似乎“人为”的规定
又活化了数学概念

比如 $0! = 1$ $a^0 = 1 (a \neq 0)$

(一) 金花 “0”

(5) 它是正数与负数的分水岭；它既不是正数，也不是负数；它既经常与正数结伴(非负数)，又经常与负数同行(非正数)。

总之，亦庄亦谐的中性数0，已达到“无为有处有还无”的境界。

(二) 金花 “1”

金花 “1” 也采自于算数王国.

“道生一，一生二，二生三，三生万物”

因此，自然数1，既是整数的单位，又是数字的始祖. 可以说没有 “1”，就没有一切数.

(二) 金花 “1”

1还具有以下独特的性质：

- (1) 任何数乘以它或除以它，都不会变化它是任何正整数的约数.
- (2) 只有它才仅有惟一的约数，因此，它既不是素数，也不是合数.
- (3) 它是最小的正整数.

(二) 金花 “1”

(4) 它有最多的“替身”，如，

$$a / a (a \neq 0) = a^0 (a \neq 0) = \log_a a (a > 0) = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = \sec^2 \alpha - \tan^2 \alpha$$

$$0! = 1$$

$$\left(\alpha \neq k\pi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\sin \alpha \csc \alpha = \cos \alpha \sec \alpha = \tan \alpha \cot \alpha$$

总之，0和1不仅是算数中最重要的数字，而且零元 0，单位元 1 还是构造群，环，域的基本元素。尤其是现代的计算机技术，一刻也离不开0、1。没有0、1的协同工作，计算机将一事无成。

由此，0、1的重要性可见一斑。

(三) 金花 “i”

金花 “i” 采自于代数王国，它表示虚数单位，是复变函数论的基石

$$i = \sqrt{-1}$$

即 i 的平方等于-1. 不过需注意

$$\sqrt{-1} \cdot \sqrt{-1} \neq \sqrt{(-1)(-1)} = 1$$

（三）金花 “i”

有了 i 就有了虚数，也使数轴上的问题扩展到了平面；

有了 i 就有了哈密尔顿的4元数和凯莱的8元数，这就为认识数学王国又开辟出一块疆域。

从此，方程求根，交流电的表示……各种计算都面貌一新了。

(三) 金花 “i”

金花 “i” 是实在的 “无” 和虚无的 “有”，就像太虚幻境一般

然而它却是代数方程 $x^2 + 1 = 0$

一个根， i 竟然是个代数数！

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$
中的美丽元素

(四) 金花 “e”

金花 “e” 采自于分析王国，它是

欧拉在求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

时首先发现的.

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

(四) 金花 “e”

自然对数，顺其自然，以 e 为底
，简洁方便，其作用不亚于 π

有了e，形如

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1 + ax)^{\frac{b}{x}}$$

以 e 为底的一类函数便可方便地
积分和微分.

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

（四）金花 “e”

实际问题中，在人口增长、生存竞争、布朗运动、冷却定律等诸多领域，大到飞船的速度，小至蜗牛的螺线，e 无处不在，无所不有。

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

(五) 金花 “ π ”

金花 “ π ” 采自于几何王国，
它表示圆周率，是科学中最著名也是用得最多的数之一。世界上最完美的平面对称图形——圆离不开它，三角函数也离不开它。

$e^{i\pi} + 1 = 0$ 中的美丽元素

(五) 金花 “ π ”

在人类数学文化史上 π

既像一首朦胧的诗、一曲悠扬的乐章，又像一座入云的高山，让人遐想，让人陶醉，让人奋进，让人攀登不息。

$e^{i\pi} + 1 = 0$ 中的美丽元素

(五) 金花 “ π ”

圆周率 π 不是代数数

π 和 e 这两个无理数不能
通过解代数方程得到，叫
超越无理数

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

(五) 金花 “ π ”

山顶一寺一壶酒，地老天荒无尽头。

人们对 π 的探索、计算、证明，将永无止境。

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

(五) 金花 “ π ”

毕达哥拉斯说：“数，统治着宇宙。” 而0，1，i，e， π 又是数字王国中最重要的5个数。

“五大元帅”

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

(六) “两颗宝石”

数学中最重要的符号——

“=” 和 “+” 号

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

(六) “两颗宝石”

为什么 “=” 与 “+” 号在数
学中有宝石般重要呢？

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

(六) “两颗宝石”

数学中最基本、最重要的
关系是“相等”关系，
最基本、最重要的运算是
“加法”运算

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

(六) “两颗宝石”

减法是加法的逆运算，乘法是累积加法的简便运算，除法是乘法的逆运算，乘方是累积乘法的简便运算……

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

W小姐美在何处？

她拥有 “五朵金花” 和 “两颗
宝石” 的内涵. 将数学中相去甚
远的7个重要元素如此简洁、和
谐、漂亮、完美地结合在一起.

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

2004年《物理世界》杂志，将她和麦克斯韦方程组一起列为最伟大的等式。

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

伟大的高斯更是语出惊人：

“如果被告知这个公式的学生不能立即领略她的风采，这个学生将永远不会成为一流的数学家。”

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

中的美丽元素

巴黎发明宫将其“画像”悬挂于数学陈列室的墙上，犹如莎士比亚的十四行诗、达·芬奇的蒙娜丽莎、王羲之的兰亭集序，供世人驻足欣赏，顶礼膜拜。

最美的数学等式

$e^{i\pi} + 1 = 0$ 在选美赛中脱颖而出

$e^{i\pi} + 1 = 0$ 的身世介绍

$e^{i\pi} + 1 = 0$ 中的美丽元素

0, 1, e , i , π “五朵金花”

“=” 号与 “+” 号 “两颗宝石”